

---

## **Richtlinie**

**DAkKS-  
DKD-R 3-3**

**Kalibrierung von  
Kraftmessgeräten**

1. Neuauflage 2010

---

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAkKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	1
		Revision:	0
		Seite:	2/38

Herausgegeben von der Deutschen Akkreditierungsstelle GmbH (DAkKS) als Ergebnis der Zusammenarbeit des ehemaligen Deutschen Kalibrierdienstes (DKD) mit seinem Fachausschuss „Mechanische Größen“.

Copyright © 2010 by DAkKS

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

### **Deutscher Kalibrierdienst (DKD)**

Im DKD waren Kalibrierlaboratorien von Industrieunternehmen, Forschungsinstituten, technischen Behörden, Überwachungs- und Prüfinstitutionen zusammengeschlossen. Sie werden von der DAkKS als Rechtsnachfolgerin des DKD akkreditiert und überwacht. Sie führen Kalibrierungen von Messgeräten und Maßverkörperungen für die bei der Akkreditierung festgelegten Messgrößen und Messbereiche durch. Die von ihnen ausgestellten Kalibrierscheine sind ein Nachweis für die Rückführung auf nationale Normale, wie sie von der Normenfamilie DIN EN ISO 9000 und der DIN EN ISO/IEC 17025 gefordert wird.

Kalibrierungen der akkreditierten Laboratorien geben dem Anwender Sicherheit für die Verlässlichkeit von Messergebnissen, erhöhen das Vertrauen der Kunden und die Wettbewerbsfähigkeit auf dem nationalen und internationalen Markt und dienen als messtechnische Grundlage für die Mess- und Prüfmittelüberwachung im Rahmen von Qualitätssicherungsmaßnahmen.

**Veröffentlichungen:** siehe Internet

### **Anschrift:**

Deutsche Akkreditierungsstelle GmbH  
 Bundesallee 100, 38116 Braunschweig  
 Postfach 33 45, 38023 Braunschweig  
 Telefon Sekretariat: (05 31) 5 92-19 01  
 Fax: (05 31) 5 92-19 05  
 Internet: [www.dakks.de](http://www.dakks.de)

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAkKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	<b>1</b>
		Revision:	<b>0</b>
		Seite:	<b>3/38</b>

## INHALTSVERZEICHNIS

1.	Zweck und Geltungsbereich .....	4
2.	Symbole und Benennungen .....	5
3.	Bestandteile des Kraftmessgerätes - Kalibriergegenstand .....	6
3.1	Kalibrierfähigkeit .....	6
3.2	Einspannteile, Einbauteile .....	7
3.3	Signalführende Komponenten in der K-BNME .....	7
4.	Umgebungsbedingungen.....	7
5.	Durchführung der Kalibrierung.....	8
6.	Auswertung.....	12
7.	Messunsicherheit .....	13
7.1	Symbole und Benennungen Messunsicherheit.....	14
7.2	Anzeigeabweichung.....	15
7.2.1	Einflussgrößen .....	15
7.2.2	Modell der Auswertung (am Beispiel eines anzeigenden Kraftmessgerätes) .....	16
7.2.3	Unsicherheitsanalyse.....	17
7.2.4	Messunsicherheitsbudget .....	19
7.3	Übertragungskoeffizient.....	20
7.3.1	Einflussgrößen .....	20
7.3.2	Modell der Auswertung (am Beispiel eines Kraftaufnehmers) .....	20
7.3.3	Unsicherheitsanalyse.....	22
7.3.4	Messunsicherheitsbudget .....	25
7.4	Messunsicherheitsbeiträge bei reduzierten Kalibrierabläufen .....	26
7.5	Visualisierung des Messunsicherheitsbudgets .....	27
7.6	Unsicherheitsintervall.....	28
7.7	Einwertangabe als Kalibrierergebnis .....	28
8.	Angaben im Kalibrierschein .....	31
9.	Aufzeichnungen im Kalibrierlaboratorium .....	32
10.	Konformität .....	32
11.	Kalibriermarke .....	32
12.	Schrifttum .....	33
12.1	Technische Regeln .....	33
12.2	Literatur .....	34
Anhang A:	Ablaufplan für die Abschätzung der Messunsicherheiten bei reduzierten Kalibrierabläufen .....	35
Anhang B:	Angaben für die Bestimmung der besten Schätzwerte und der Messunsicherheitsbeiträge .....	36

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>		DAkKS-DKD-R 3-3	
			Ausgabe:	<b>1</b>
	Revision:	<b>0</b>		
	Seite:	<b>4/38</b>		

## Vorwort

DAkKS-DKD-Richtlinien sind Anwendungsdokumente zu den Anforderungen der DIN EN ISO/IEC 17025. In diesen Richtlinien werden technische und organisatorische Abläufe beschrieben, die den Kalibrierlaboratorien als Vorbild zur Festlegung interner Verfahren und Regelungen dienen. DAkKS-DKD-Richtlinien können zu Bestandteilen der Qualitätsmanagementdokumentation der Kalibrierlaboratorien werden. Durch die Umsetzung der Richtlinien wird die Gleichbehandlung der zu kalibrierenden Geräte in den verschiedenen Kalibrierlaboratorien gefördert und die Kontinuität und Überprüfbarkeit der Arbeit der Kalibrierlaboratorien verbessert.

Die DAkKS-DKD-Richtlinien sollen nicht die Weiterentwicklung von Kalibrierverfahren und –abläufen behindern. Abweichungen von Richtlinien und neue Verfahren sind im Einvernehmen mit der Akkreditierungsstelle zulässig, wenn fachliche Gründe dafür sprechen.

Die Richtlinie wurde vom Fachausschuss „Mechanische Größen“ in Zusammenarbeit mit der PTB erstellt, vom Beirat des DKD verabschiedet und in das Regelwerk der DAkKS übernommen. Mit der Veröffentlichung wird sie für alle Kalibrierlaboratorien verbindlich, sofern keine eigene, von der Akkreditierungsstelle genehmigte Verfahrensanweisung vorliegt.

Die vorliegende 1. Neuauflage enthält ein aktualisiertes Impressum und aktuelle Bezüge zu den heutigen Organisationen.

Ausgabe: 03/2007

1. Neuauflage: 2010

## 1 Zweck und Geltungsbereich

Diese Richtlinie gilt für statische Belastungsverläufe. Neben den bisher üblichen Kalibrierabläufen mit drei Einbaustellungen werden auch vereinfachte Abläufe beschrieben, die den Aufwand auf ein messtechnisch vertretbares Mindestmaß und damit die Kosten reduzieren. Dazu sind bestimmte Voraussetzungen, wie die Anforderungen internationaler Regeln zur Bestimmung der Messunsicherheit, zu erfüllen. Über den in dieser Richtlinie beschriebenen Aufwand kann der Anwender hinausgehen, er darf ihn jedoch nicht unterschreiten. Die Richtlinie erlaubt, praxisgerechte Kalibrierabläufe und Auswertungen umzusetzen.

Grundsätzlich können vereinfachte Kalibrierabläufe nicht zu kleineren Messunsicherheiten führen, als entsprechende Kalibrierungen desselben Kalibriergegenstandes nach aufwendigeren Verfahren (z. B. DIN EN ISO 376).

Bei der Anwendung verkürzter Kalibrierabläufe ist zu beachten, dass bei hochwertigen Kraftmessgeräten durch die erhöhte Messunsicherheit ggf. keine Konformität mit (Hersteller-) Spezifikationen festgestellt werden kann.

In dieser Richtlinie werden keine Klassifizierungen mehr beschrieben<sup>1</sup>.

Diese Richtlinie gilt für alle Kraftmessgeräte, bei denen die Kraft über die elastische Verformung eines Körpers ermittelt wird. Sie kann auch für Kraftaufnehmer allein angewendet werden.

---

<sup>1</sup> Nach dieser Richtlinie kalibrierte Kraftmessgeräte erfüllen z. Z. nicht die für die Kalibrierung von Werkstoffprüfmaschinen geforderten Voraussetzungen.

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAkKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	1
		Revision:	0
		Seite:	5/38

Abbildung 1: Einordnung der DAkKS-DKD-R 3-3 in Regelwerke zur Kraftkalibrierung (für die kursiv geschriebenen Inhalte existieren noch keine Regelwerke, obwohl Kraftmessgeräte in der Praxis bei solchen Belastungsverläufen eingesetzt werden)

## 2 Symbole und Benennungen

Die in dieser Richtlinie verwendeten Symbole und Benennungen entsprechen den Vorgaben der DIN EN ISO 376 und der VDI/VDE/DKD-Richtlinie 2638. Zusätzliche Symbole und Benennungen sind in Tabelle 1 aufgeführt. Die erstmals in Abschnitt 7 Messunsicherheit verwendeten Symbole werden dort gesondert aufgeführt.

Symbol	Benennung
K-NME	Kraft-Normalmesseinrichtung
K-BNME	Kraft-Bezugsnormalmesseinrichtung
K-GNME	Kraft-Gebrauchsnormalmesseinrichtung
KA	Kraftaufnehmer
KG	Kalibriergegenstand
MG	Messgerät
DMS	Dehnungsmessstreifen
Indizes	
P	Vorlast (preload)
ab	abnehmende Belastung
a	Approximation

Tabelle 1: Symbole und Benennungen

### 3 Bestandteile des Kraftmessgerätes - Kalibriergegenstand

Das Kraftmessgerät besteht aus Kraftaufnehmer, Anpasser (z. B. Verstärker) und einem Ausgeber (z. B. Anzeigeeinrichtung). Bei Kraftmessgeräten mit digitalem Ausgang kann anstelle der Geräteanzeige der Messwert auch über eine genormte Schnittstelle auf ein Datenendgerät – Drucker, Aufzeichnungsgerät oder Rechner – übertragen werden. Eine Anzeige der Messwerte während der Kalibrierung wird empfohlen. Es ist sicherzustellen, dass die eingelesenen Daten eindeutig interpretiert und verarbeitet werden.

Falls der Kalibriergegenstand nur aus dem Kraftaufnehmer besteht, muss mit rückführbar kalibrierten Komponenten der Kraft-Bezugsnormalmesseinrichtung (K-BNME) eine Messkette zusammengestellt werden. Es ergeben sich u. a. Unterschiede in der Messunsicherheitsbetrachtung.

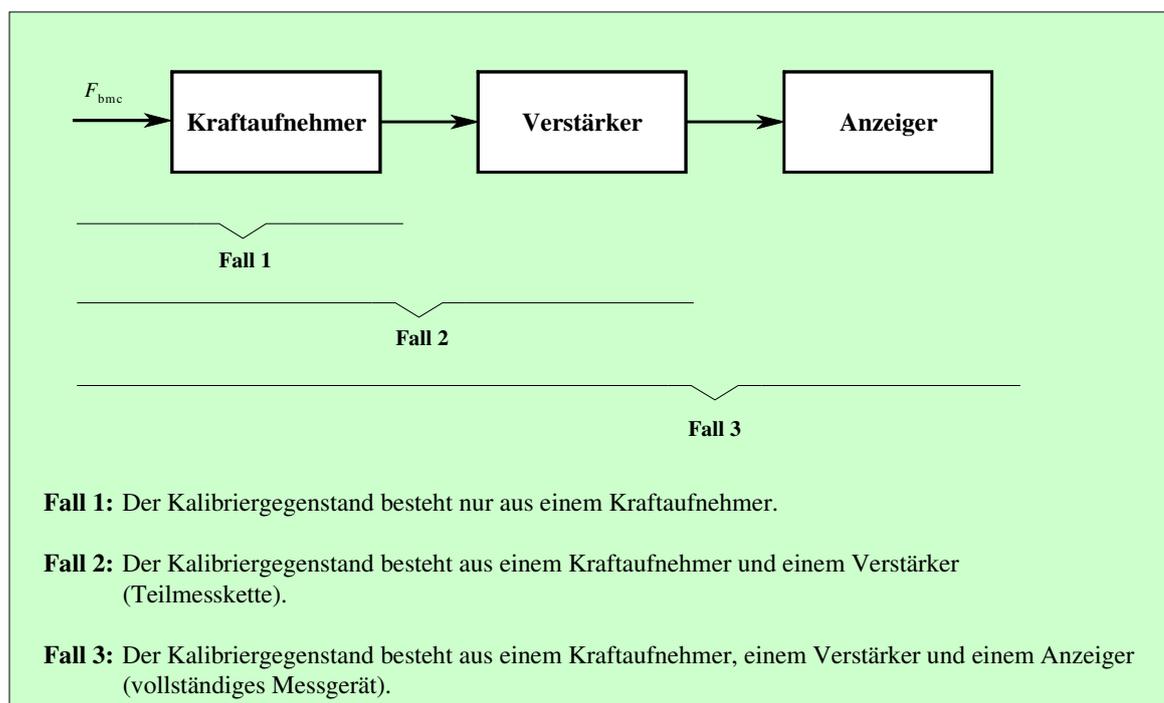


Abbildung 2: Fallunterscheidung Kalibriergegenstand

#### 3.1 Kalibrierfähigkeit

Die Bearbeitung eines Kalibrierauftrages setzt die Kalibrierfähigkeit (Eignung) des Kalibriergegenstandes voraus, d. h. der momentane Zustand des Kalibriergegenstandes sollte den allgemein anerkannten Regeln der Technik entsprechen.

Vor Beginn der Kalibrierung sind Beschaffenheits- und Funktionsprüfungen vorzunehmen, um sicherzustellen, dass ein ungestörter Kalibrierablauf gewährleistet ist.

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAkKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	<b>1</b>
		Revision:	<b>0</b>
		Seite:	<b>7/38</b>

Beschaffenheitsprüfungen umfassen z. B.:

- Sichtprüfung auf Beschädigungen
- Sichtprüfungen hinsichtlich Beschriftung/Lesbarkeit des Typenschildes
- Prüfung, ob die zur Kalibrierung erforderlichen Unterlagen (Technische Daten, Bedienungsanleitungen) vorliegen

Funktionsprüfungen umfassen z. B.:

- Elektrische Funktionsfähigkeit
- Messsignalrichtung
- Isolationswiderstand
- Nullsignal, z. B. im nicht eingebauten Zustand

### 3.2 Einspannteile, Einbauteile

Die Einbauteile sind als Bestandteil des Kalibriergegenstandes anzusehen. Die Bereitstellung der Einbauteile ist zwischen Auftraggeber und Kalibrierlaboratorium abzustimmen. Einbauteile sind bevorzugt nach DIN EN ISO 376 – Anhang A – auszulegen. Sofern Einbauteile nach Norm nicht angewendet werden können, sollten sie die Verhältnisse im praktischen Einsatz nachbilden. Dabei ist zu beachten, dass bei der Kopplung zwischen Kalibriergegenstand und Referenz-Kraftaufnehmer keine unzulässigen Störkomponenten entstehen (Vermeidung von Biegemomenten, Verspannungen oder Verformungen).

#### Hinweis:

Die Dimensionierung der Einspannteile muss so ausgelegt sein, dass die Kalibriereinrichtung nicht durch einen Bruch der Einspannteile beschädigt wird. Die Toleranzen der Abmessungen für Einspannteile sollten an die Toleranzen aus den technischen Zeichnungen des Kraftaufnehmers angepasst werden.

### 3.3 Signalführende Komponenten in der K-BNME

Unter den Signalführenden Komponenten werden die Messverstärker und die Anzeiger im Messkanal für den Kalibriergegenstand (siehe Abbildung 2, Fall 1) verstanden.

Die Auswahl und die Einstellungen der Signalführenden Komponenten obliegen dem Kalibrierlaboratorium (ggf. in Absprache mit dem Kunden). Das Übertragungsverhalten der Komponenten muss bekannt sein und im Messunsicherheitsbudget berücksichtigt werden.

Erfassbare systematische Abweichungen können durch Korrektur im Kalibrierergebnis berücksichtigt werden.

## 4 Umgebungsbedingungen

Die relevanten Umgebungsbedingungen (Umgebungstemperatur, Luftdruck, relative Luftfeuchte) sollten überwacht und im Kalibrierschein dokumentiert werden; ggf. sind sie im Messunsicherheitsbudget zu berücksichtigen. Der zugelassene Temperaturbereich erstreckt sich in Anlehnung an DIN EN ISO 376 von 18 °C bis 28 °C. In Deutschland wird eine Bezugstemperatur zwischen 19 °C und 23 °C für das Kalibrierlabor empfohlen. Während der Kalibrierung muss sich der Messaufbau im thermischen Gleichgewicht befinden und die Umgebungstemperatur am Ort des Kalibriergegenstandes auf 1 K stabil gehalten werden können.

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>		DAkKS-DKD-R 3-3	
			Ausgabe:	<b>1</b>
	Revision:	<b>0</b>		
	Seite:	<b>8/38</b>		

## 5 Durchführung der Kalibrierung

Vor der Kalibrierung des Kraftaufnehmers bzw. des Kraftmessgerätes ist Temperaturngleichgewicht mit der Umgebung abzuwarten; eine mögliche Erwärmung des Aufnehmers durch die Speisespannung ist dabei zu berücksichtigen. Bei Kraftaufnehmern, z. B. mit Dehnungsmessstreifen (DMS), ist die komplette Messkette vor der Kalibrierung bis zur Stabilisierung des Messgerätes elektrisch in Betrieb zu nehmen. Danach ist das Nullsignal  $S_0$  als Ausgangssignal des unbelasteten Kraftaufnehmers ohne Einbauteile in definierter Lage (in Bezug zum Erdschwerefeld) zu messen und im Kalibrierschein anzugeben. Der Vergleich des aktuell gemessenen  $S_0$  mit früher gemessenen kann Aufschluss über Veränderungen des Kraftaufnehmers geben, z. B. durch Überbelastung.

Wird der Kraftaufnehmer mit einem Anzeigegerät des Kalibrierlaboratoriums kalibriert, so ist dies im Kalibrierschein anzugeben. Im Allgemeinen ist die Austauschbarkeit auf Geräte gleicher Bauart beschränkt.

### Hinweis:

Sofern der Kunde sein Anzeigegerät nicht zur Kalibrierung mitschickt, muss der Kunde die Überprüfung der Austauschbarkeit des Anzeigegerätes selbst (z. B. mit Hilfe einer externen Kalibrierung) sicherstellen.

Soll der Kraftaufnehmer in Zug- und Druckkrafttrichtung kalibriert werden, so sind nacheinander in den Krafrichtungen getrennte Kalibrierungen und Auswertungen auszuführen.

Als Vorbelastung ist der Kraftaufnehmer nach jedem Einbau oder jeder Umkehrung der Krafrichtung mit der Höchstkraft zu belasten, die dem jeweiligen Messbereichsendwert entsprechen muss. Ist der Kalibriergegenstand bauartbedingt für die Belastung in Richtung Zug- **und** Druckkraft geeignet, muss vor der Kalibrierung eine dreimalige Vorbelastung erfolgen. Ist der Kalibriergegenstand bauartbedingt nur für die Belastung in Richtung Zug- **oder** Druckkraft geeignet oder kann der Kunde die Richtung der letzten nutzungsbedingten Belastung angeben, so ist vor der Kalibrierung eine zweimalige Vorbelastung ausreichend. In jeder neuen Einbaustellung muss eine weitere Vorbelastung erfolgen.

Die Vorbelastungszeit soll mindestens 1 Minute betragen. Die Nullpunktablesung erfolgt ca. 30 Sekunden nach der vollständigen Entlastung des Kraftaufnehmers. Die Kraftstufen sind möglichst gleichmäßig über den Kalibrierbereich zu verteilen. Jede Messreihe enthält die gleichen Kraftstufen. Für die Kraftstufenänderung einer Messreihe gilt, dass die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Belastungsschritten gleich sein soll und 30 Sekunden nicht unterschreiten darf und dass die Ablesung frühestens 30 Sekunden nach Beginn des Kraftwechsels erfolgen darf.

Soll der Kraftaufnehmer in Zug- und Druckkrafttrichtung kalibriert werden, so erfolgt die Kalibrierung in den Krafrichtungen nacheinander.

Für jede Messreihe ist das Messsignal des unbelasteten Kraftaufnehmers (incl. Krafteinleitungsteilen) vor und nach der Belastung zu registrieren.

In dieser Richtlinie werden nach Aufwand abgestuft vier Kalibrierabläufe (A bis D) beschrieben. Dabei müssen die Kenngrößen (Vergleichspräzision, Wiederholpräzision, Umkehrspanne), die nicht mehr aus den Messwerten bestimmt werden können, aus a priori-Wissen ergänzt werden. Dieses Wissen kann aus Bauartprüfungen, Kalibrierscheinen von früheren Kalibrierungen (z. B. nach DIN EN ISO 376) oder aus Datenblättern stammen.

### Hinweis 1:

In den folgenden Darstellungen der Kalibrierabläufe A bis D werden Symbole und Benennungen nach DIN EN ISO 376 verwendet.

### Hinweis 2:

Datenblattangaben, die sich nach Regelwerken wie der VDI/VDE/DKD 2638 richten, unterstützen die Anwendung verkürzter Abläufe, da die Begriffe und ihre Definitionen festgelegt sind. Über die verwendete Datenquelle und die eingesetzten Werte sind im Kalibrierlaboratorium mit Zuordnung zum Auftrag Aufzeichnungen aufzubewahren.

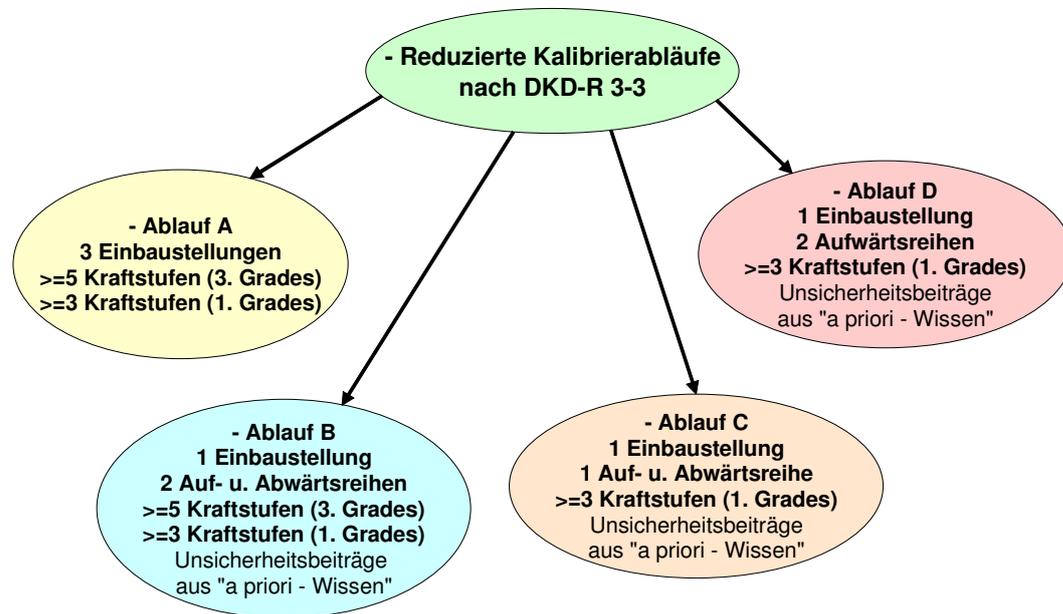


Abbildung 3: Kalibrierabläufe der DAKKS-DKD-R 3-3

Kalibrierablauf	Anzahl der Vorbelastungen	Anzahl der Einbaustellungen	Anzahl der Messreihen		Mindestanzahl der Messpunkte für eine Approximationsfunktion ohne Null, jeweils zu- und abnehmende Belastung		Kraftstufen (in % vom Kalibrierbereichsendwert)  z. B.
			aufwärts	abwärts	1. Grades	3. Grades	
<b>A</b>	3	3	4	2	≥ 3	≥ 5	20, 40, 60, 80, 100 oder 20, 60, 100
<b>B</b>	2 ... 3	1	2	2	≥ 3	≥ 5	
<b>C</b>	2 ... 3	1	1	1	≥ 3	#	
<b>D</b>	2 ... 3	1	2	#	≥ 3	#	

Tabelle 2: Parameter der Kalibrierabläufe

### **Ablauf A:**

Ausgehend vom Kalibrierablauf DIN EN ISO 376 wird bei Kalibrierablauf A (siehe Abbildung 4) lediglich die Anzahl der Kraftstufen reduziert. Dabei können alle zur Abschätzung der Messunsicherheit benötigten Kenngrößen (Vergleichspräzision, Wiederholpräzision, Umkehrspanne, Nullpunktabweichung) aus den Messwerten bestimmt werden.

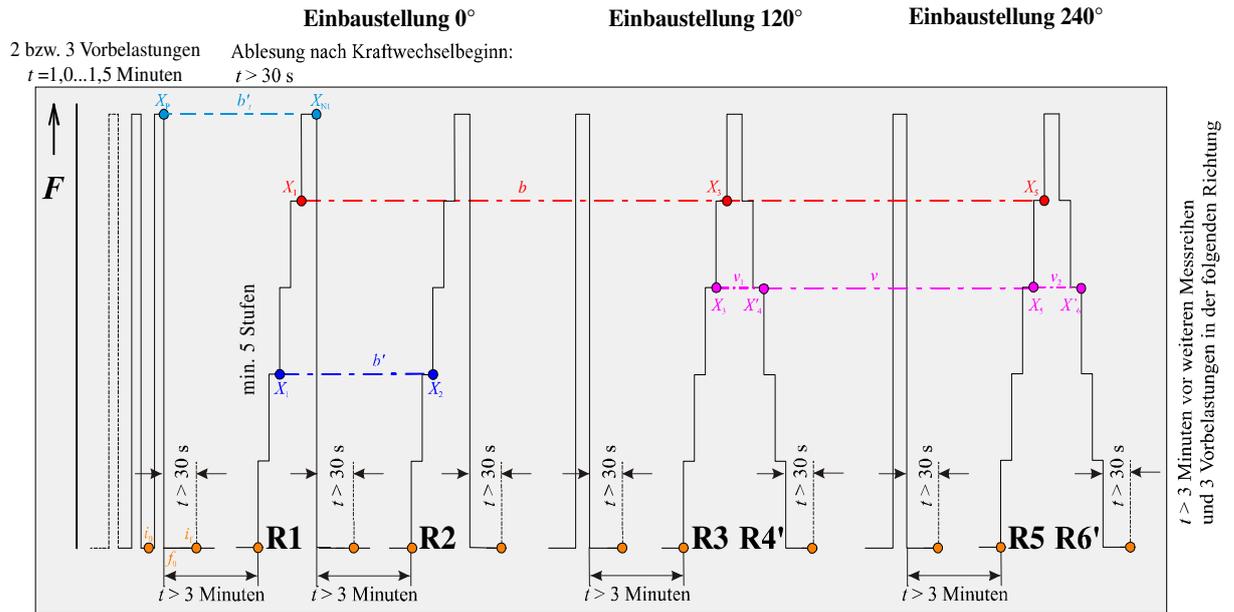


Abbildung 4: Kalibrierablauf A; drei Einbaustellungen, fünf Stützstellen

**Ablauf B:**

Bei Ablauf B wird in nur einer Einbaustellung in zwei Messreihen mit zu- und abnehmender Belastung kalibriert (vgl. Abbildung 5). Dabei kann die Vergleichspräzision nur aus a priori-Wissen stammen.

2 bzw. 3 Vorbelastungen    Ablesung nach Kraftwechselbeginn:  
 $t = 1,0 \dots 1,5$  Minuten     $t > 30$  s

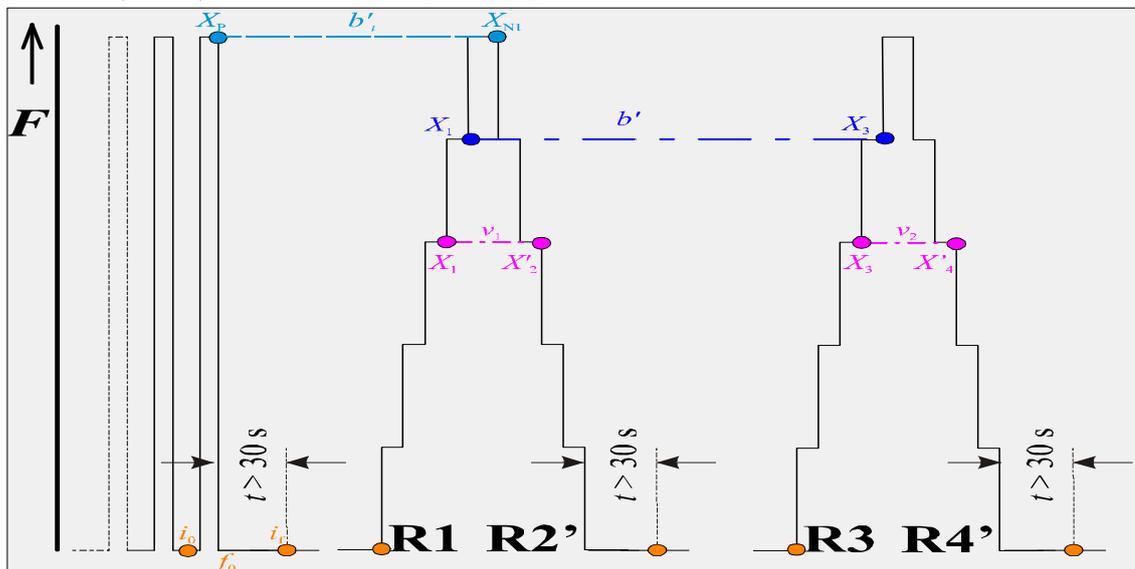


Abbildung 5: Kalibrierablauf B; eine Einbaustellung, fünf Stützstellen

**Ablauf C:**

Bei Ablauf C wird in nur einer Einbaustellung in einer Messreihe mit zu- **und** abnehmender Belastung kalibriert (vgl. Abbildung 7). Dabei kann die Wiederhol- und Vergleichspräzision nur aus a priori-Wissen stammen.

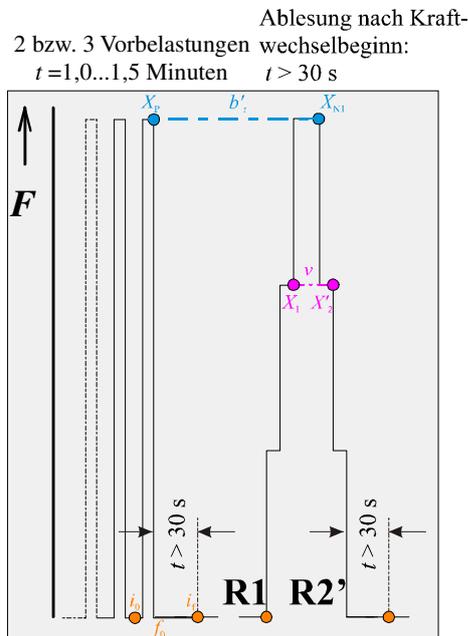


Abbildung 6: Kalibrierablauf C  
eine Einbaustellung, eine Messreihe, zu- und abnehmende Belastung

**Ablauf D:**

Bei Ablauf D wird in nur einer Einbaustellung in zwei Messreihen mit zunehmender Belastung kalibriert (vgl. Abbildung 7). Dabei kann die Vergleichspräzision und die Umkehrspanne nur aus a priori-Wissen stammen.

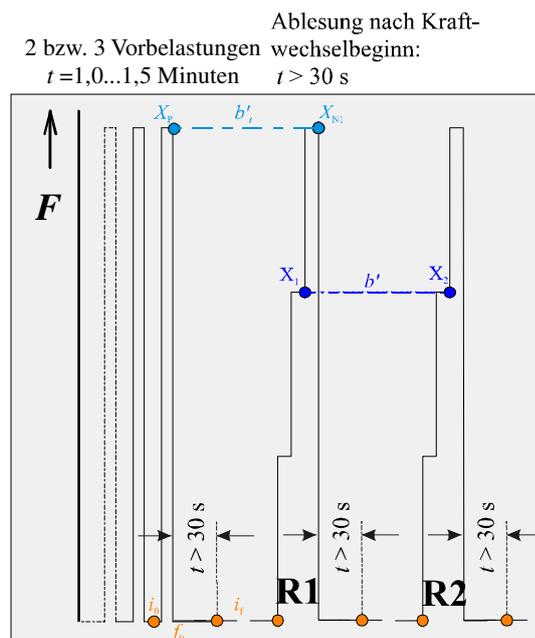


Abbildung 7: Kalibrierablauf D  
eine Einbaustellung, zwei Messreihen, zwei zunehmende Belastungen

## 6 Auswertung

Die Auswertung muss die für Kalibrierscheine notwendigen Informationen liefern wie am Normal eingestellter Wert und vom Kalibriergegenstand angezeigter Wert mit beigeordneter Messunsicherheit. Bei Aufnahme mehrerer Messreihen werden üblicherweise Mittelwerte und Ausgleichspolynome gebildet und weitergegeben.

In den bisherigen Regelwerken werden zur Bildung von Mittelwerten und Ausgleichsfunktionen nur die Messwerte bei zunehmender Belastung berücksichtigt (vgl. z. B. DIN EN ISO 376). In Ergänzung dazu, können je nach Anwendungsfall und Kundenwunsch auch die Messwerte bei abnehmender Belastung oder die Mittelwerte aus zu- und abnehmender Belastung verwendet werden (siehe Abbildung 8).

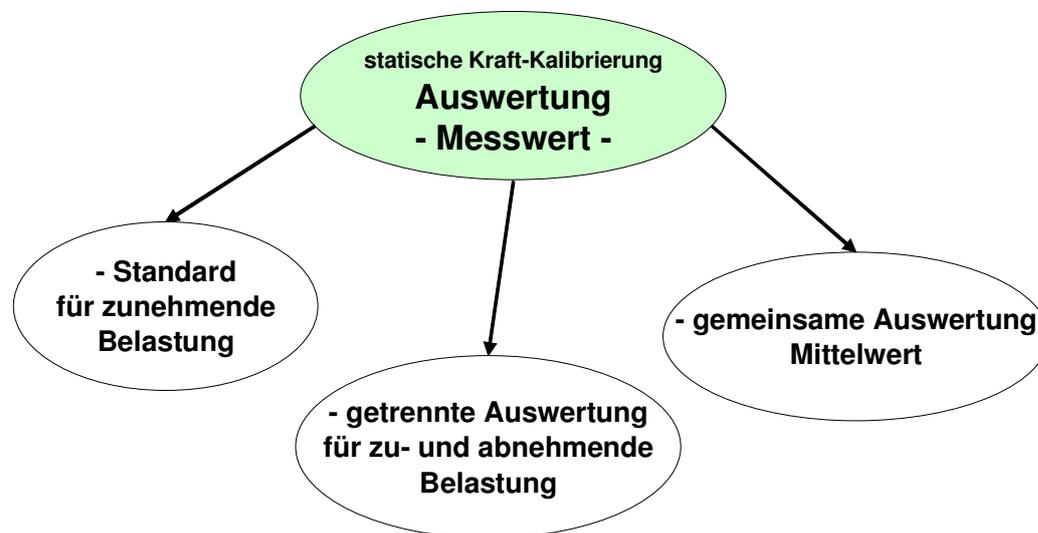


Abbildung 8: Mögliche Auswertungsarten

Eine mögliche Anwendung für die getrennte Auswertung von zu- und abnehmender Belastung stellt z. B. der Einsatz des Kalibriergegenstandes als Referenzkraftaufnehmer in Kraftkalibriereinrichtungen dar, die nach dem Vergleichsverfahren arbeiten, um den Einfluss der Umkehrspanne auf die eingestellten Kraftwerte zu minimieren.

Die gemeinsame Auswertung von Auf- und Abwärtsreihen (Auswertung durch die Mittelwerte) sollte gewählt werden, wenn in der Anwendung Schwellbelastungen auftreten.

Die Ausgleichsrechnung soll so erfolgen, dass die Summe der Quadrate der absoluten Abweichungen ein Minimum ergibt und das Ausgleichspolynom (für die Aufwärtsreihen) kein konstantes Glied enthält. Für Ablauf A und B wird ein Ausgleichspolynom 3. oder 1. Grades empfohlen, für alle weiteren Abläufe sollte ein Ausgleichspolynom 1. Grades verwendet werden.

Angaben zur Bestimmung der besten Schätzwerte und der Messunsicherheitsbeiträge sind im Anhang B zu finden.

## 7 Messunsicherheit

Die Ermittlung der Messunsicherheit ersetzt nicht die Qualifikation und Erfahrung des Messtechnikers, z. B. bei der

- Auswahl des geeigneten Messverfahrens
- Gestaltung des Messaufbaus
- Durchführung der Messungen
- Auswertung der Messungen

Weitere Quellen von Messabweichungen sind in folgender Tabelle 3 beschrieben:

Quelle	Ursache
Messgeräte	Kalibrierintervall abgelaufen, interne und externe Abgleiche, Auflösung, Rauschen, Driften, Schutzschirmtechnik
Umgebungsbedingungen	Umgebungstemperatur, Luftdruck, relative Luftfeuchte, Vibration, Stöße, umgebendes Medium
Schaltungs-/Versuchsaufbau	Impedanzen, Leitungen, Thermospannungen, Versorgungsspannungen, mechanische Adaptionen, Einbauorte, -lagen, Massen, Fallbeschleunigung
Beobachter	Schreib-, Ablesefehler, Anwesenheit des Beobachters
Programmierung	fehlerhafte Dateizugriffe, falsche Konstanten, falsche Parameterübergabe

Tabelle 3: Quellen von Messabweichungen und Messunsicherheiten (s. VDI/VDE/DGQ/DKD 2622 Bl. 2)

Eine Messunsicherheit wird grundsätzlich einem Messwert beigeordnet. Dabei ist zuerst sicherzustellen, dass alle systematischen Abweichungen erkannt und hierfür die Korrekturen angebracht werden. Die verbleibenden unbekanntes Messabweichungen sind in Form von abgeschätzten Messunsicherheitsbeiträgen im Messunsicherheitsbudget zu berücksichtigen.

Für das Aufstellen des Modells der Auswertung wird empfohlen, die Einflussgrößen aufzulisten und grafisch darzustellen. Geeignet ist hierfür z. B. das Fischgräten-Diagramm (Ishikawa-Diagramm).

In Abhängigkeit von der Art des Kalibriergegenstandes (s. Abbildung 2) liefert die Kalibrierung unterschiedliche Ergebnisgrößen, d. h. es werden unterschiedliche Modelle der Auswertung mit unterschiedlichen Messunsicherheitsbeiträgen verwendet.

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAkKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	1
		Revision:	0
		Seite:	14/38

Im Folgenden werden **beispielhaft** das Modell und das Messunsicherheitsbudget

- der Kalibrierung von anzeigenden Kraftmessgeräten  
Modell „Anzeigeabweichung“ in der Einheit N  
s. Abb. 2, Fall 3
- der Kalibrierung von Kraftaufnehmern  
Modell „Übertragungskoeffizient“ in der Einheit (mV/V)/N  
s. Abb. 2, Fall 1

dargestellt.

Die Beispiele beinhalten Einflussgrößen aus Abbildung 9 bzw. Abbildung 10 ohne Anspruch auf Vollständigkeit.

**Es ist zu beachten, dass Modelle und Budgets nur für einzelne Messwerte gelten. Wenn Bereichsangaben gewünscht werden, z. B. die den Koeffizienten der Approximationsfunktion beigeordneten Messunsicherheiten, dann ist nach Kapitel 7.7 oder wie in der Literatur [20] beschrieben zu verfahren.**

### 7.1 Symbole und Benennungen Messunsicherheit

Symbol	Benennung
$i, j, k$	Laufvariable
$N, n$	größter Wert einer Laufvariablen
$X_i$	Eingangsgröße
$x_i$	bester Schätzwert der Eingangsgröße
$Y_i$	Ergebnisgröße
$y_i$	bester Schätzwert der Ergebnisgröße
$\Delta F$	(Anzeige-) Abweichung
$\delta F_i$	Einflussgröße; unbekannte Messabweichung
$E$	Empfindlichkeit, Übertragungskoeffizient
$K_i$	Korrektionsfaktor
$E[\dots]$	Erwartungswert
$a$	Halbweite der Wahrscheinlichkeitsverteilung
$r$	Auflösung des Anzeigeegerätes, Merkmal des Kraftmessgerätes nach DIN EN ISO 376
$f_0$	Rel. Nullpunktabweichung, s. o.
$b'$	Rel. Wiederholpräzision in gleicher Einbaustellung, s. o.
$b'_t$	Rel. Wiederholpräzision beim Endwert zwischen letzter Vorbelastung und 1. Messreihe
$b$	Rel. Vergleichspräzision in verschiedenen Einbaustellungen, s. o.
$v$	Rel. Umkehrspanne, s. o.
$u$	Standardmessunsicherheit
$c_i, c_i^*$	Empfindlichkeits- (Sensitivitäts-) koeffizient
$k$	Erweiterungsfaktor
$U$	erweiterte Messunsicherheit
$U'$	Unsicherheitsintervall
$w$	rel. Standardmessunsicherheit
$W$	rel. erweiterte Messunsicherheit
$W'$	rel. Unsicherheitsintervall

Indizes	
Ind; ind,0	Anzeige (indication)
bmc	kleinste angebbare Messunsicherheit (best measurement capability)
min, max	kleinster, größter (Wert)
$t$	Zeit
res	Auflösung (resolution)
zer	Nullpunkt (zero)
rep	Wiederholpräzision (repeatability)
rot	erweiterte Vergleichspräzision (rotation, reproducibility)
rev	Umkehrspanne (reversibility)

Tabelle 4: Symbole und Benennungen zur Messunsicherheit

## 7.2 Anzeigabweichung

Die Kalibrierung von anzeigenden Kraftmessgeräten liefert als Ergebnisgröße die Anzeigabweichung als Differenz zwischen dem angezeigten und dem durch das Normal, d. h. die K-BNME, dar- bzw. eingestellten Wert.

### 7.2.1 Einflussgrößen

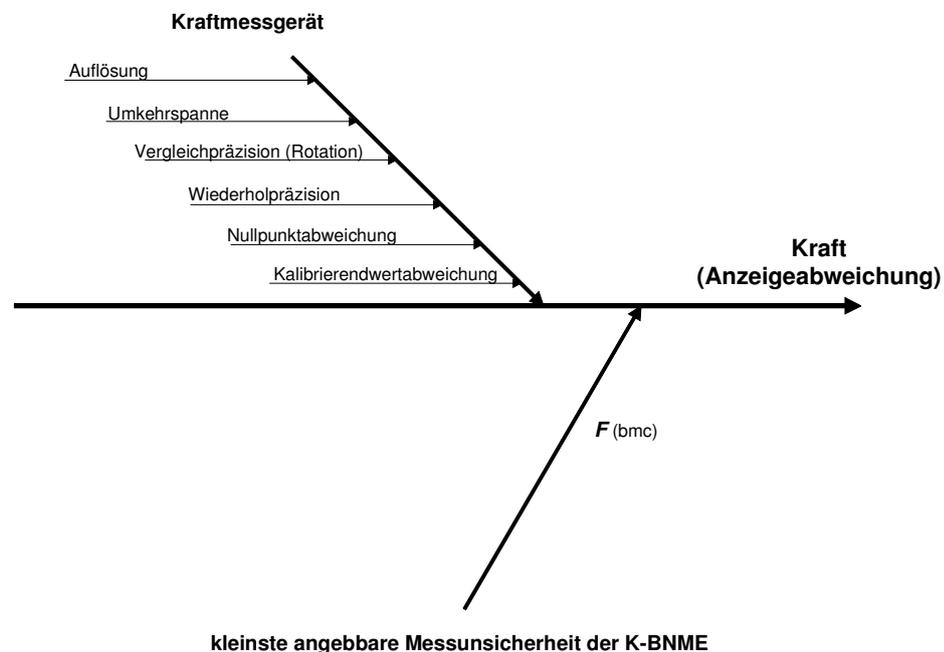


Abbildung 9: Einflussgrößen bei der Ermittlung der den Messwerten eines anzeigenden Kraftmessgerätes beigeordneten Messunsicherheiten

### 7.2.2 Modell der Auswertung (am Beispiel eines anzeigenden Kraftmessgerätes)

Das Modell der Auswertung ist als Summen-/Differenzmodell unter Verwendung von Messunsicherheiten in der Einheit der Messgröße formuliert.

In allgemeiner Darstellung gilt für die Messfunktion:

Größen: 
$$Y = \sum_{i=1}^N p_i X_i; \quad p_i := \pm 1 \quad (7.1)$$

Schätzwerte: 
$$y = \sum_{i=1}^N p_i x_i; \quad p_i := \pm 1 \quad (7.2)$$

In der detaillierten Darstellung - Bestimmungsgleichung der Anzeigeabweichung eines Kraftmessgerätes für einzelne Kraftwerte mit besten Schätzwerten - wird daraus der Ausdruck:

$$\Delta F_j = \bar{F}_j - F_{\text{bmc},j} + \sum_{i=1}^N \delta F_{i,j} \quad (7.3)$$

mit 
$$\bar{F}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (F_{\text{ind},j,k} - F_{\text{ind},0,k}) \quad (7.4)$$

und 
$$\sum_{i=1}^5 \delta F_{i,j} = \delta F_t + \delta F_{\text{zer}} + \delta F_{\text{rep},j} + \delta F_{\text{rot},j} + \delta F_{\text{rev},j} \quad (7.5)$$

Nachfolgend wird für eine bessere Übersichtlichkeit der Laufindex  $j$  für die Belastungsstufe weggelassen.

$\Delta F$	Ergebnisgröße; Anzeigeabweichung des Kraftmessgerätes	2	
$F_{\text{ind}}; F_{\text{ind},0}$	Anzeige des Kraftmessgerätes bei der Belastungsstufe und vor der Belastung	3	⇒ 2x Auflösung
$F_{\text{bmc}}$	durch die K-BNME eingestellter Kraftwert		
$\delta F_t$	systematische Messabweichung aufgrund der Kalibrierendwertes (Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit, Zeit)	4	5
$\delta F_{\text{zer}}$	systematische Messabweichung aufgrund der		
$\delta F_{\text{rep}}$	systematische Messabweichung aufgrund der		
$\delta F_{\text{rot}}$	systematische Messabweichung aufgrund der		
$\delta F_{\text{rev}}$	systematische Messabweichung aufgrund der		

$\delta F_i$  Messabweichung(en)

$E[\delta F_i] = 0$  Erwartungswert

<sup>2</sup>	Ergebnisgröße		(VIM 2.51: output quantity)
<sup>3</sup>	$N'$ Eingangsgrößen zur Bestimmung der Ergebnisgröße	$N' < N$	(VIM 2.50: input quantity)
<sup>4</sup>	$N''$ Einflussgrößen	$N'' < N$	(VIM 2.52: influence quantity)
<sup>5</sup>	$N$ Größen zur Ermittlung der Messunsicherheit	$N = N' + N''$	

### 7.2.3 Unsicherheitsanalyse

Die Verteilungsfunktionen und Varianzen der Eingangsgrößen sind der nachfolgenden Tabelle 5 zu entnehmen:

Zufallsvariable	Wahrscheinlichkeitsverteilung	Varianz $u^2(x_i)$
$F_{\text{ind}}; F_{\text{ind},0}$	Rechteck	$u^2(F_{\text{ind}}) = u^2(F_{\text{ind},0}) = \frac{a_{\text{res}}^2}{3}$
$F_{\text{bmc}}$	Normal	$u^2(F_{\text{bmc}})$
$\delta F_t$	Rechteck	$u^2(\delta F_t) = \frac{a_t^2}{3}$
$\delta F_{\text{zer}}$	Rechteck	$u^2(\delta F_{\text{zer}}) = \frac{a_{\text{zer}}^2}{3}$
$\delta F_{\text{rep}}$	Rechteck	$u^2(\delta F_{\text{rep}}) = \frac{a_{\text{rep}}^2}{3}$
$\delta F_{\text{rot}}$	U-förmig	$u^2(\delta F_{\text{rot}}) = \frac{a_{\text{rot}}^2}{2}$
$\delta F_{\text{rev}}$	Rechteck	$u^2(\delta F_{\text{rev}}) = \frac{a_{\text{rev}}^2}{3}$

Tabelle 5: Verteilungsfunktionen und Varianzen der Eingangsgrößen

Aufgrund des linearen Summen-/Differenz-Modells mit den Faktoren  $p_i := \pm 1$  sind die Empfindlichkeitskoeffizienten stets gleich 1 ( $c_i = \pm 1$ ). Damit entsprechen die Beiträge  $u_i(y)$  zur Unsicherheit der Ergebnisgröße den Unsicherheiten der Eingangsgrößen  $u(x_i)$ . Es folgt für die dem Ergebnis beigeordnete Standardmessunsicherheit:

$$u(\Delta F) = \sqrt{u_{\text{ind}}^2(\Delta F) + u_{\text{ind},0}^2(\Delta F) + u_{\text{bmc}}^2(\Delta F) + u_t^2(\Delta F) + u_{\text{zer}}^2(\Delta F) + u_{\text{rep}}^2(\Delta F) + u_{\text{rot}}^2(\Delta F) + u_{\text{rev}}^2(\Delta F)} \quad (7.6)$$

und für die erweiterte Messunsicherheit:

$$U(\Delta F) = k \cdot u(\Delta F) \quad (7.7)$$

Bei den Kalibrierabläufen B, C und D wird in nur einer Einbaustellung kalibriert, wobei die Vergleichspräzision nicht bestimmt werden kann; der Unsicherheitsbeitrag stammt dann aus a-priori Wissen. Während bei 3 um 120° versetzt erfassten Messwerten der Erwartungswert der idealerweise sinusförmigen Überlagerung gleich Null ist, liegt der eine erfasste Messwert bei den Abläufen B, C und D beliebig im Bereich der Amplitude der sinusförmigen Überlagerung, d. h. im Bereich  $\pm b/2$ . Diese

nicht korrigierbare systematische Abweichung wird daher zusammen mit der erweiterten Messunsicherheit in einem sog. Unsicherheitsintervall berücksichtigt:

$$U'(\Delta F) = \left| \frac{b}{2} \cdot F_{\text{bmc}} \right| + k \cdot u(\Delta F) \quad (7.8)$$

Die Kenntnisse über die Eingangsgrößen werden vorzugsweise in einer Tabelle (Tabelle 6) zusammengefasst.

lfd. Nr.	Größe	Bester Schätzwert	Halbweite der Verteilung	Teiler	Standardmessunsicherheit	Empfindlichkeitskoeffizient	Unsicherheitsbeitrag	Varianz
	$X_i$	$x_i$	$a$		$u(x_i)$	$c_i$	$u_i(y)$	$u_i^2(y)$
1	$F_{\text{ind}}$	$x_1$ N	$a_{\text{res}} = r/2$	$\sqrt{3}$	$u(F_{\text{ind}})$	1	$u_{\text{ind}}(\Delta F)$	$u_{\text{ind}}^2(\Delta F)$
2	$F_{\text{ind},0}$	$x_{1,0}$ N	$a_{\text{res}} = r/2$	$\sqrt{3}$	$u(F_{\text{ind},0})$	1	$u_{\text{ind},0}(\Delta F)$	$u_{\text{ind},0}^2(\Delta F)$
3	$F_{\text{bmc}}$	$x_2$ N	$U(F_{\text{bmc}})$	2	$u(F_{\text{bmc}})$	-1	$u_{\text{bmc}}(\Delta F)$	$u_{\text{bmc}}^2(\Delta F)$
4	$\delta F_t$	0 N	$a_t = \frac{b'_t \cdot F_{\text{bmc}}}{2}$	$\sqrt{3}$	$u(\delta F_{\text{max}})$	1	$u_t(\Delta F)$	$u_t^2(\Delta F)$
5	$\delta F_{\text{zer}}$	0 N	$a_{\text{zer}} = f_0 \cdot F_{\text{bmc}}$	$\sqrt{3}$	$u(\delta F_{\text{zer}})$	1	$u_{\text{zer}}(\Delta F)$	$u_{\text{zer}}^2(\Delta F)$
6	$\delta F_{\text{rep}}$	0 N	$a_{\text{rep}} = \frac{b' F_{\text{bmc}}}{2}$	$\sqrt{3}$	$u(\delta F_{\text{rep}})$	1	$u_{\text{rep}}(\Delta F)$	$u_{\text{rep}}^2(\Delta F)$
7	$\delta F_{\text{rot}}$	0 N	$a_{\text{rot}} = \frac{b \cdot F_{\text{bmc}}}{2}$	$\sqrt{2}$	$u(\delta F_{\text{rot}})$	1	$u_{\text{rot}}(\Delta F)$	$u_{\text{rot}}^2(\Delta F)$
8	$\delta F_{\text{rev}}$	0 N	$a_{\text{rev}} = \frac{v \cdot F_{\text{bmc}}}{2}$	$\sqrt{3}$	$u(\delta F_{\text{rev}})$	1	$u_{\text{rev}}(\Delta F)$	$u_{\text{rev}}^2(\Delta F)$
	$\Delta F$	$y$ N	Standardmessunsicherheit $u$			$u(\Delta F) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(\Delta F)}$		
	$\Delta F$	$y$ N	erweiterte Messunsicherheit $U$			$U(\Delta F) = k \cdot u(\Delta F)$		
<b>Angabe des vollständigen Messergebnisses<sup>6</sup></b>						$\Delta F = y \pm U(\Delta F)$		

Tabelle 6: Unsicherheitsanalyse für das Modell „Anzeigeabweichung“

Die Abschätzung der Messunsicherheit hat jedoch für jeden Kalibrierwert, d. h. für jedes angegebene Belastungsniveau, zu erfolgen. Für eine übersichtliche Darstellung dient folgendes Messunsicherheitsbudget (Tabelle 7):

<sup>6</sup> für die Abläufe B, C und D ist  $U(\Delta F)$  durch  $U'(\Delta F)$  nach Gl. (7.8) zu ersetzen

### 7.2.4 Messunsicherheitsbudget

Kraft	Anzeige- abweichung	Standardmessunsicherheit $u_i(y)$ (dem Ergebnis aufgrund von Einflussgrößen beigeordnete Messunsicherheitsbeiträge)						
		Anzeige- auflösung	bmc	Abweichung Kalibrier- endwert	Nullpunkt- abweichung	Wiederhol- präzision	Vergleich- präzision	Umkehr- spanne
N	N				N			
$F_{\min}$								
...								
$F_{\max}$								

Kraft	Anzeige- abweichung	Standardmessunsicherheit $u(y)$	erweiterte Mess- unsicherheit $U(y)$ ( $k=2$ )	Unsicherheits- intervall $U'(y)$ (für die Abläufe B, C und D)
N	N		N	
$F_{\min}$				
...				
$F_{\max}$				

Tabelle 7: Messunsicherheitsbudget für das Modell „Anzeigeabweichung“ (alle Belastungsstufen im Bereich)

### 7.3 Übertragungskoeffizient

Die Kalibrierung von Kraftaufnehmern allein liefert als Ergebnisgröße den Übertragungskoeffizienten als Quotient aus Ausgangsgröße (mV/V) und Eingangsgröße (durch die K-BNME eingestellter Kraftwert in N).

#### 7.3.1 Einflussgrößen

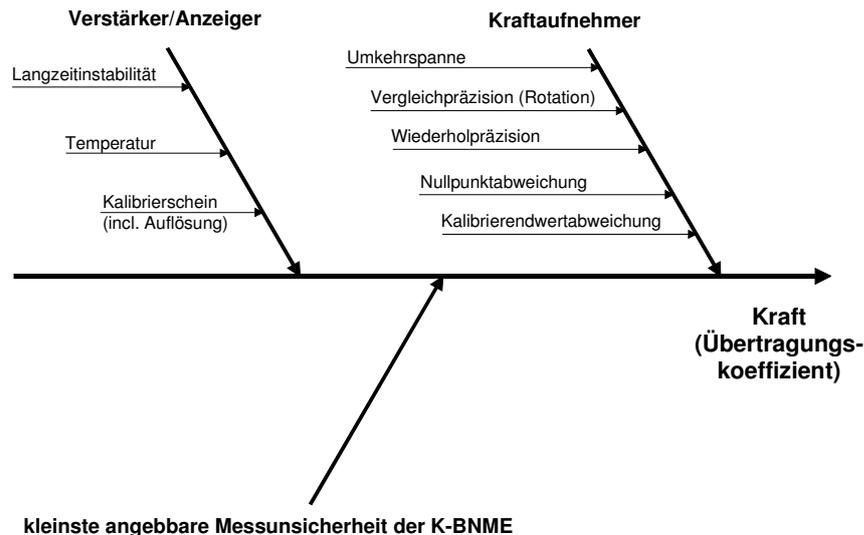


Abbildung 10: Einflussgrößen bei der Ermittlung der den Übertragungskoeffizienten eines Kraftaufnehmers beigeordneten Messunsicherheiten

#### 7.3.2 Modell der Auswertung (am Beispiel eines Kraftaufnehmers)

Das Modell der Auswertung von Kraftaufnehmerkalibrierungen ist als lineares Produkt-/Quotientmodell unter Verwendung von relativen Messunsicherheiten formuliert.

In allgemeiner Darstellung gilt für die Messfunktion:

Größen: 
$$Y = q \cdot \prod_{i=1}^N X_i^{p_i}; \quad p_i := \pm 1 \quad (7.9)$$

Schätzwerte: 
$$y = q \cdot \prod_{i=1}^N x_i^{p_i}; \quad p_i := \pm 1 \quad (7.10)$$

In der detaillierten Darstellung - Bestimmungsgleichung des Übertragungskoeffizienten eines Kraftaufnehmers für einzelne Kraftwerte mit besten Schätzwerten – wird daraus der Ausdruck:

$$E_j = \frac{\bar{S}_j}{F_{\text{bmc},j}} \cdot \prod_{i=1}^N K_{i,j} \quad (7.11)$$

mit 
$$\bar{S}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (S_{\text{ind},j,k} - S_{\text{ind},0,k}) \quad (7.12)$$

und 
$$\prod_{i=1}^5 K_{i,j} = K_t \cdot K_{\text{zer}} \cdot K_{\text{rep},j} \cdot K_{\text{rot},j} \cdot K_{\text{rev},j} \quad (7.13)$$

Nachfolgend wird für eine bessere Übersichtlichkeit der Laufindex  $j$  für die Belastungsstufe weggelassen.

$E$	Ergebnisgröße; Übertragungskoeffizient (Empfindlichkeit) des Kraftaufnehmers	7	
$S_{ind}; S_{ind,0}$	Ausgangssignal des Kraftaufnehmers bei der Belastungsstufe und vor der Belastung  ⇒ 2x Unsicherheit aus Unterbudget MG (Verstärker/Anzeiger)	8	
$F_{bmc}$	durch die K-BNME eingestellter Kraftwert		
$K_t$	Korrektionsfaktor rel. Kalibrierendwertabweichung (Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit, Zeit)	9	10
$K_{zer}$	Korrektionsfaktor rel. Nullpunktabweichung		
$K_{rep}$	Korrektionsfaktor rel. Wiederholpräzision		
$K_{rot}$	Korrektionsfaktor rel. Vergleichpräzision		
$K_{rev}$	Korrektionsfaktor rel. Umkehrspanne		

Korrektionsfaktoren:

$$K_i = \left( 1 + \frac{\delta x_i}{|x_i|} \right) \quad \text{mit}$$

$\delta x_i$  Messabweichungen und

$E[\delta x_i] = 0 ; E[K_i] = 1$  Erwartungswert

<sup>7</sup> Ergebnisgröße  
quantity)

(VIM 2.51: output

<sup>8</sup>  $N'$  Eingangsgrößen zur Bestimmung der Ergebnisgröße  
quantity)

$N' < N$  (VIM 2.50: input

<sup>9</sup>  $N''$  Einflussgrößen  
quantity)

$N'' < N$

(VIM 2.52: influence

<sup>10</sup>  $N$  Größen zur Ermittlung der Messunsicherheit  $N = N' + N''$

### 7.3.3 Unsicherheitsanalyse

Die Verteilungsfunktionen und rel. Varianzen sind der nachfolgenden Tabelle 8 zu entnehmen:

Zufallsvariable	Wahrscheinlichkeitsverteilung	rel. Varianz $w^2(x_i)$
$S_{\text{ind}}; S_{\text{ind},0}$	Normal	$w^2(S) = w_{\text{MG}}^2$ <sup>11</sup>
$F_{\text{bmc}}$	Normal	$w^2(F_{\text{bmc}})$
$K_t$	Rechteck	$w^2(K_t) = \frac{a_t^2}{3}$
$K_{\text{zer}}$	Rechteck	$w^2(K_{\text{zer}}) = \frac{a_{\text{zer}}^2}{3}$
$K_{\text{rep}}$	Rechteck	$w^2(K_{\text{rep}}) = \frac{a_{\text{rep}}^2}{3}$
$K_{\text{rot}}$	U-förmig	$w^2(K_{\text{rot}}) = \frac{a_{\text{rot}}^2}{2}$
$K_{\text{rev}}$	Rechteck	$w^2(K_{\text{rev}}) = \frac{a_{\text{rev}}^2}{3}$

Tabelle 8: Verteilungsfunktionen und Varianzen der Einflussgrößen

<sup>11</sup> Eine Anzeigeschwankung wird hiermit nicht berücksichtigt!

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAkKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	<b>1</b>
		Revision:	<b>0</b>
		Seite:	<b>23/38</b>

Aufgrund des gewählten, linearen Produkt-/Quotient-Modells und der Anwendung von relativen Messunsicherheiten sind die Empfindlichkeitskoeffizienten stets gleich 1 ( $c_i^* = \pm 1$ )<sup>12</sup>.

Damit entsprechen die Beiträge  $w_i(y)$  zur Unsicherheit der Ergebnisgröße den Unsicherheiten der Eingangsgrößen  $w(x_i)$ . Daraus folgt für die dem Ergebnis beigeordnete rel. Standardmessunsicherheit:

$$w(E) = \sqrt{w_{S_{\text{ind}}}^2(E) + w_{S_{\text{ind},0}}^2(E) + w_{\text{bmc}}^2(E) + w_t^2(E) + w_{\text{zer}}^2(E) + w_{\text{rep}}^2(E) + w_{\text{rot}}^2(E) + w_{\text{rev}}^2(E)} \quad (7.14)$$

und für die rel. erweiterte Messunsicherheit:

$$W(E) = k \cdot w(E) \quad (7.15)$$

Bei den Kalibrierabläufen B, C und D wird in nur einer Einbaustellung kalibriert, wobei die Vergleichspräzision nicht bestimmt werden kann; der Unsicherheitsbeitrag stammt dann aus a-priori Wissen. Während bei 3 um 120° versetzt erfassten Messwerten der Erwartungswert der idealerweise sinusförmigen Überlagerung gleich Null ist, liegt der eine erfasste Messwert bei den Abläufen B, C und D beliebig im Bereich der Amplitude der sinusförmigen Überlagerung, d. h. im Bereich  $\pm b/2$ . Diese nicht korrigierbare rel. systematische Abweichung wird daher zusammen mit der rel. erweiterten Messunsicherheit in einem sog. rel. Unsicherheitsintervall berücksichtigt:

$$W'(E) = \left| \frac{b}{2} \right| + k \cdot w(E) \quad (7.16)$$

---

<sup>12</sup> Der Empfindlichkeits-(Sensitivitäts-) koeffizient  $c_i^*$  ist der Faktor, mit dem die relative Unsicherheit  $w(x_i)$  in den relativen Unsicherheitsbeitrag  $w_i(y)$  umgerechnet wird. Er hängt mit dem Empfindlichkeitskoeffizienten  $c_i$  (s. Gl. 4.3 in DKD-3) folgendermaßen zusammen:  $c_i^* = \frac{x_i}{y} \cdot c_i$

Die Kenntnisse über die Eingangsgrößen werden vorzugsweise in einer Tabelle (Tabelle 9) zusammengefasst.

lfd. Nr.	Größe	Bester Schätzwert	Halbweite der Verteilung	Teiler	Standardmessunsicherheit	Empfindlichkeitskoeffizient	Unsicherheitsbeitrag	Varianz
	$X_i$	$x_i$	$a$		$w(x_i)$	$C_i^*$	$w_i(y)$	$w_i^2(y)$
1	$S_{\text{ind}}$	$x_1$ mV/V	$W(S_{\text{ind}})$	2	$w(S_{\text{ind}})$	1	$w_{S_{\text{ind}}}(E)$	$w_{S_{\text{ind}}}^2(E)$
2	$S_{\text{ind},0}$	$x_{1,0}$ mV/V	$W(S_{\text{ind},0})$	2	$w(S_{\text{ind},0})$	1	$w_{S_{\text{ind},0}}(E)$	$w_{S_{\text{ind},0}}^2(E)$
3	$F_{\text{bmc}}$	$x_2$ N	$W(F_{\text{bmc}})$	2	$w(F_{\text{bmc}})$	-1	$w_{\text{bmc}}(E)$	$w_{\text{bmc}}^2(E)$
4	$K_t$	1	$a_t = b'_t/2$	$\sqrt{3}$	$w(K_t)$	1	$w_t(E)$	$w_t^2(E)$
5	$K_{\text{zer}}$	1	$a_{\text{zer}} = f_0$	$\sqrt{3}$	$w(K_{\text{zer}})$	1	$w_{\text{zer}}(E)$	$w_{\text{zer}}^2(E)$
6	$K_{\text{rep}}$	1	$a_{\text{rep}} = b'_t/2$	$\sqrt{3}$	$w(K_{\text{rep}})$	1	$w_{\text{rep}}(E)$	$w_{\text{rep}}^2(E)$
7	$K_{\text{rot}}$	1	$a_{\text{rot}} = b/2$	$\sqrt{2}$	$w(K_{\text{rot}})$	1	$w_{\text{rot}}(E)$	$w_{\text{rot}}^2(E)$
8	$K_{\text{rev}}$	1	$a_{\text{rev}} = v/2$	$\sqrt{3}$	$w(K_{\text{rev}})$	1	$w_{\text{rev}}(E)$	$w_{\text{rev}}^2(E)$
	$E$	$y \frac{\text{mV/V}}{\text{N}}$	rel. Standardmessunsicherheit $w$	$w(E) = \sqrt{\sum_{i=1}^N w_i^2(E)}$				
	$E$	$y \frac{\text{mV/V}}{\text{N}}$	rel. erweit. Messunsicherheit $W$	$W(E) = k \cdot w(E)$				
<b>Angabe des vollständigen Messergebnisses<sup>13</sup></b>						$E = y (1 \pm W(E)) \frac{\text{mV/V}}{\text{N}}$		

Tabelle 9: Unsicherheitsanalyse für das Modell „Übertragungskoeffizient“

Die Abschätzung der Messunsicherheit hat jedoch für jeden Kalibrierwert, d. h. für jedes angegebene Belastungsniveau, zu erfolgen. Für eine übersichtliche Darstellung dient folgendes Messunsicherheitsbudget (Tabelle 10):

<sup>13</sup> für die Abläufe B, C und D ist  $W(E)$  durch  $W'(E)$  nach Gl. (7.16) zu ersetzen

**7.3.4 Messunsicherheitsbudget**

Kraft	Übertragungs-koeffizient	Rel. Standardmessunsicherheit $w(y)$ (dem Ergebnis aufgrund von Einflussgrößen beigeordnete Messunsicherheitsbeiträge)						
		Ausgangssig-nal	bmc	Kennwert-abweichung	Nullpunkt-abweichung	Wiederhol-präzision	Vergleich-präzision	Umkehrspan-ne
N	(mV/V)/N				#			
$F_{\min}$								
...								
$F_{\max}$								

Kraft	Übertragungs-koeffizient	Rel. Standard-messunsicherheit $w(y)$	Rel. erweiterte Messunsicherheit $W(y)$ ( $k=2$ )	Rel. Unsicherheits-intervall $W'(y)$ (für die Abläufe B, C und D)
N	(mV/V)/N		#	
$F_{\min}$				
...				
$F_{\max}$				

Tabelle 10: Messunsicherheitsbudget für das Modell Übertragungskoeffizient (alle Stützstellen im Bereich)

#### 7.4 Messunsicherheitsbeiträge bei reduzierten Kalibrierabläufen

Während bei dem vollständigen Kalibrierablauf A alle relevanten Messunsicherheitsbeiträge entsprechend dem Dokument EA-10/4 bestimmt werden können, müssen bei den reduzierten Kalibrierabläufen B, C und D diese Informationen in zunehmender Zahl auf andere Art und Weise beschafft werden. Hierfür sind folgende Quellen denkbar:

- Bauartprüfung
- zuvor ausgeführte vollständige Kalibrierung
- Datenblattangabe

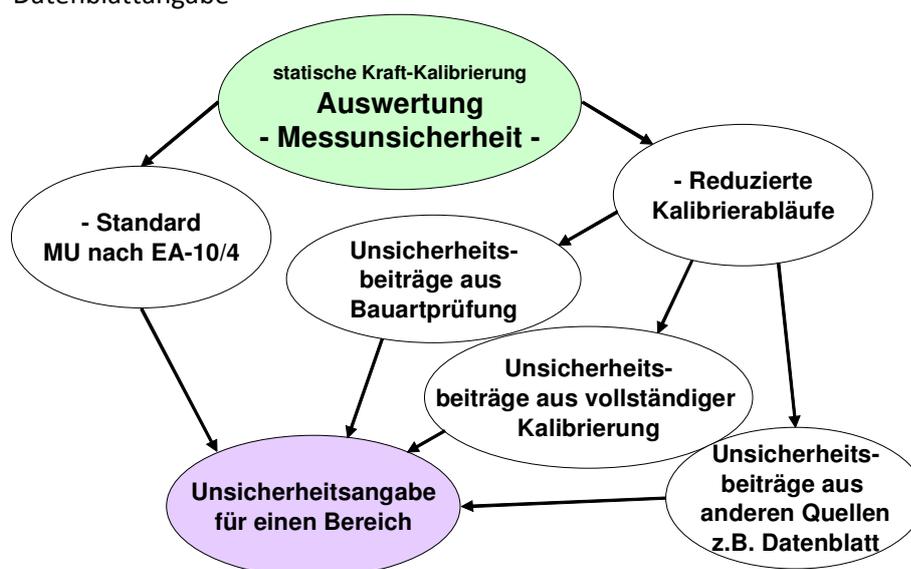


Abbildung 11: Messunsicherheitsangaben

Die so ermittelten Werte der Messunsicherheitsbeiträge sind vor der Verwendung mit einem Faktor zu multiplizieren. Ergänzend sind zur Absicherung dieser Vorgehensweise weitere Merkmale des Kraftaufnehmers, z. B. das Nullsignal und die Empfindlichkeit, aus vorangegangenen Kalibrierungen (Prüfmittelüberwachung, Historie) zu bewerten.

Die Größe des Faktors kann von der Herkunft oder der Vertrauenswürdigkeit der Informationen abhängig gemacht werden (s. z. B. folgende Tabelle).

I.	In eigener K-BNME ausgeführte Kalibrierung von Kraftmessgeräten gleicher Bauart (Bauartprüfung)	$t$ -Faktor <sup>14</sup> 2 ... 4,3
II.	Vorhergehende Kalibrierung desselben Kalibriergegenstandes nach DIN EN ISO 376 oder Ablauf A in beliebiger K-BNME oder K-GNME	Faktor 2
III.	Zu ergänzende Werte als messwertbezogene Datenblattangaben (als Obergrenzen) nach Definitionen der VDI/VDE/DKD 2638	Faktor 2
IV.	Andere messwertbezogene Datenblattangaben (als Obergrenzen)	Faktor 3
V.	Andere messwertbezogene Datenblattangaben (als typische Angaben)	Faktor 5

<sup>14</sup> Faktor abhängig von der Anzahl der untersuchten Exemplare; es wird die Student-Verteilung verwendet. Damit liegt der Faktor zwischen dem Wert **2** bei > 50 Exemplaren und dem Wert **4,3** bei 3 Exemplaren (für eine Aussagewahrscheinlichkeit von 95 %)

Tabelle 11: Faktoren für Messunsicherheitsbeiträge aus unterschiedlichen Quellen

Hinweis 1:

Endwertbezogene Angaben müssen auf messwertbezogene Angaben umgerechnet werden.

Hinweis 2:

Falls kleinere Faktoren verwendet werden, ist die Vorgehensweise bei der Festlegung der Faktoren im Qualitätsmanagementhandbuch zu beschreiben.

Die prinzipielle Vorgehensweise bei der Abschätzung der Messunsicherheit für reduzierte Kalibrierabläufe ist dem Diagramm in Anhang A zu entnehmen.

### 7.5 Visualisierung des Messunsicherheitsbudgets

Visualisiert man die Unsicherheitsbeiträge (Varianzen) in einem Säulendiagramm, wobei die Beiträge in absteigender Reihenfolge sortiert werden, so erkennt man in eindrucksvoller Weise, bei welchen Einflussgrößen Maßnahmen ergriffen werden müssen, wenn die Messunsicherheit verringert werden soll.

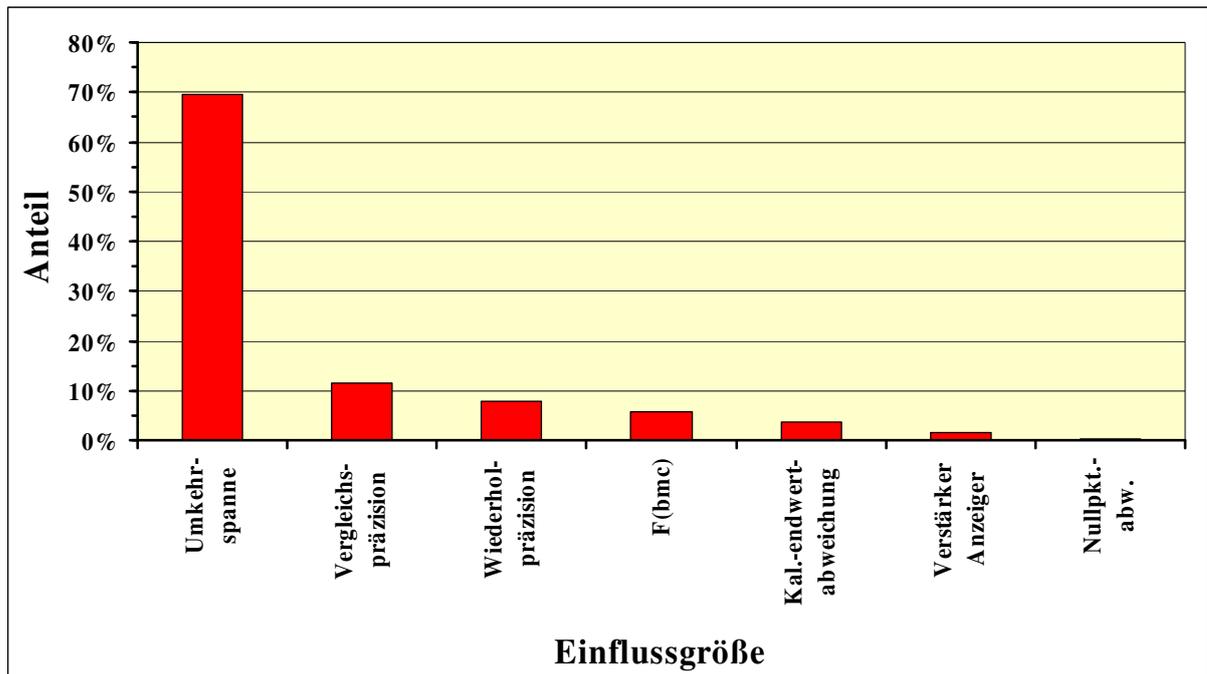


Abbildung 12: Beispiel zur Darstellung der Varianzanteile (Quadrat der Unsicherheitsbeiträge) an der Gesamtvarianz (Quadrat der Standardmessunsicherheit) in absteigender Sortierung

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAkKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	<b>1</b>
		Revision:	<b>0</b>
		Seite:	<b>28/38</b>

## 7.6 Unsicherheitsintervall

Das relative Unsicherheitsintervall  $W'$  setzt sich additiv aus dem Betrag der systematischen Messabweichung und der relativen erweiterten Messunsicherheit ( $k=2$ ) zusammen. Aufgrund des systematischen Anteils wird für das Unsicherheitsintervall als Wahrscheinlichkeitsverteilungsform eine Rechteckverteilung angenommen. Beim Modell Übertragungskoeffizient ist die Approximationsabweichung zur Ausgleichsfunktion 1. Grades eine solche systematische Messabweichung (s. Einwertangabe):

$$W' = \left| \frac{\Delta E_{\text{app}}}{E} \right| + W \quad (7.17)$$

## 7.7 Einwertangabe als Kalibrierergebnis

Eine Messunsicherheit wird grundsätzlich einem Messwert beigeordnet. Bei Kalibrierungen mit verschiedenen und in der Regel äquidistant verteilten Werten innerhalb eines Bereiches, erhält man somit Ergebnistabellen (z. B. Tabelle 10). Der Anwender des Kalibriergegenstandes arbeitet dagegen häufig nur mit einem Wert für den gesamten Gültigkeitsbereich der Kalibrierung, der sog. Einwertangabe. Diese Einwertangabe ist z. B. der Übertragungskoeffizient (Empfindlichkeit) eines Messgrößenaufnehmers für den Messbereich. Für die Einwertangabe kann aber nach den Regeln des GUM keine Messunsicherheit angegeben werden; an ihre Stelle tritt eine Konformitätsaussage.

Hierfür ist das Bestimmen von Spezifikationsgrenzen unter Berücksichtigung der systematischen Messabweichung (des Einzelwertes von der Einwertangabe) und der (dem Einzelwert) beigeordneten erweiterten Messunsicherheit notwendig.

Dabei werden die obere und untere Spezifikationsgrenze an das größte Unsicherheitsintervall (Summe aus systematischer Messabweichung und erweiterter Messunsicherheit) angenähert; vorzugsweise mit einem kleinen Sicherheitsabstand, so dass sich glatte Zahlenwerte ergeben. Die so ermittelten Selbstbestimmten Spezifikationsgrenzen sind als Messunsicherheitsbeitrag im Messunsicherheitsbudget der Anwendung zu berücksichtigen. Aufgrund des systematischen Anteils im Unsicherheitsintervall wird eine Rechteckverteilung angenommen.

Die Übertragungskoeffizienten und die beigeordneten erweiterten Messunsicherheiten werden im Vergleich zu den Spezifikationsgrenzen nach Herstellerangabe bzw. zu den Selbstbestimmten Spezifikationsgrenzen dargestellt.

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAkKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	<b>1</b>
		Revision:	<b>0</b>
		Seite:	<b>29/38</b>

Abbildung 13: Übertragungskoeffizienten mit erw. Messunsicherheit, Einwertangabe (Übertragungskoeffizient für den Bereich) und Selbstbestimmte Spezifikationsgrenze

Abbildung 14: Unsicherheitsintervall und Selbstbestimmte Spezifikationsgrenze

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAkKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	<b>1</b>
		Revision:	<b>0</b>
		Seite:	<b>30/38</b>

Abbildung 15: wie Abbildung 13, jedoch mit hyperbelartiger, Selbstbestimmter Spezifikationsgrenze

Abbildung 16: wie Abbildung 14, jedoch mit hyperbelartiger, Selbstbestimmter Spezifikationsgrenze

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAKKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	<b>1</b>
		Revision:	<b>0</b>
		Seite:	<b>31/38</b>

## 8 Angaben im Kalibrierschein

- Grundsätzlich gilt DAKKS-DKD-5 „Anleitung zum Erstellen eines DKD-Kalibrierscheines“:
- Identität des Kraftaufnehmers bzw. der Kraftmesskette
  - Kalibrierverfahren (mit verwendetem Ablauf und Herkunft derjenigen Messunsicherheitsbeiträge, die nicht aus den Messwerten zu bestimmen sind, d. h. aus Bauartprüfung, aus vorheriger Kalibrierung oder aus Datenblattangaben)
  - Bezeichnung und Anschlussmessunsicherheit der verwendeten K-BNME oder K-GNME
  - Kalibrierbedingungen
    - Umgebungstemperatur und ggf. Temperatur des Kraftaufnehmers
    - Luftdruck und rel. Luftfeuchte, soweit erforderlich
  - Beschreibung der benutzten Krafteinleitungsteile
  - Angabe der Kraftrichtung
  - Angaben über Speisespannung, verwendete Anschluss technik (4- oder 6-Leiter), Kabellänge
  - Messwerte
  - Berechnete Werte in Abhängigkeit vom Kalibrierablauf und Auswerteverfahren nach Anhang A
  - Nullsignal  $S_0$  des Kraftaufnehmers
  - Das Kalibrierergebnis (incl. beigeordneter Messunsicherheit) ist
    - die Anzeigeabweichung oder
    - der Übertragungskoeffizient als Steigung einer Ausgleichsgeraden durch den Koordinatenursprung (Einwertangabe)
 

Anmerkung 1:  
Die Herkunft der Messwerte, die der Ausgleichsrechnung zugrunde liegen, ist anzugeben (z. B. Messwerte in Richtung zunehmender Belastung oder Mittelwerte aus Messwerten in zu-/abnehmender Belastung)

Anmerkung 2:  
Die Berechnungsmethode ist zu nennen, vgl. Abs. 7.7 und ggf.
    - die Selbstbestimmte Spezifikationsgrenze(n) und zugehörige Gültigkeitsgrenzen
 

Anmerkung 1: Der Nutzer des Kalibriergegenstandes kann die Selbstbestimmte Spezifikationsgrenze als Eingangsgröße in seinem Messunsicherheitsbudget unter der Annahme einer Rechteckverteilung berücksichtigen

Anmerkung 2: Eine Visualisierung der Ergebnisse wird wie in Abs. 7.7 beschrieben empfohlen.
    - Koeffizienten der Approximationsfunktion
  - Angaben zum Messverstärker
    - Trägerfrequenz oder Gleichspannung;
    - Filter und Filtercharakteristik
 

Hinweis:  
Für den Fall, dass der KG ein Aufnehmer allein ist, gilt, dass nur bei Einsatz von bauartgleichen Messverstärkern eine direkte Verwendung der Kalibrierscheinangaben möglich ist.

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAkKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	<b>1</b>
		Revision:	<b>0</b>
		Seite:	<b>32/38</b>

## 9 Aufzeichnungen im Kalibrierlaboratorium

Im Kalibrierlaboratorium sind Aufzeichnungen zum Kalibrieraufbau mit Zuordnung zum Auftrag zu führen und aufzubewahren, z. B.:

- Softwareversion bei rechnergestütztem Betrieb
- Beschreibung der Einbaulage des KG, z. B. durch Richtung des Kabelabgangs
- Steckplätze der Messverstärker bei Mehrkanalsystemen, falls dieser Einfluss auf die Messergebnisse hat
- Beiträge (und deren Herkunft) zur Messunsicherheit, falls gegenüber DIN EN ISO 376 oder Ablauf A verkürzte Kalibrierabläufe vorliegen

## 10 Konformität

Liegt das Kalibrierergebnis innerhalb von geforderten Spezifikationsgrenzen, dann kann die Konformität nach DAKKS-DKD-5 bestätigt werden. Dabei ist deren Gültigkeitsbereich (Kraftbereich) anzugeben.

Bei der Beurteilung auf Einhaltung der geforderten Spezifikationsgrenzen ist deren Herkunft anzugeben, z. B. herstellerspezifische Angaben laut Datenblatt oder Kundenforderung. Sofern es sich um Selbstbestimmte Spezifikationsgrenzen aus den aktuellen Daten handelt, ist dies kenntlich zu machen.

## 11 Kalibriermarke

Der Kalibriergegenstand erhält eine Kalibriermarke. Bei Kalibriergegenständen, die aus mehreren trennbaren Komponenten bestehen, erhält jede Komponente eine gleichlautende Marke. Falls der Kalibriergegenstand zum Schutz in einem Behältnis gelagert wird, muss die Zuordnung zum leichteren Auffinden ebenfalls durch eine gleichlautende Marke hergestellt werden.

Falls die Abmessungen des Kalibriergegenstandes das Anbringen einer Kalibriermarke nicht zulassen, ist ein entsprechender Hinweis im Kalibrierschein aufzunehmen.

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAKKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	1
		Revision:	0
		Seite:	33/38

## 12 Schrifttum

### 12.1 Technische Regeln

#### Allgemein:

- 1 International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM), 3<sup>rd</sup> edition, Final draft 2006-08-01

#### Messgröße Kraft, allgemein:

- 2 DIN EN ISO 376: Metallische Werkstoffe – Kalibrierung der Kraftmessgeräte für die Prüfung von Prüfmaschinen mit einachsiger Beanspruchung, Beuth Verlag Berlin, Ausgabe 2005
- 3 VDI/VDE/DKD 2638: Kenngrößen für Kraftaufnehmer, Begriffe und Definitionen, Juli 2006
- 4 DAKKS-DKD-R 3-9: Kontinuierliche Kalibrierung von Kraftaufnehmern nach dem Vergleichsverfahren; Februar 2005, [http://www.dkd.eu/de/\\_publikationen.htm](http://www.dkd.eu/de/_publikationen.htm)

#### Messunsicherheit, allgemein:

- 5 Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM) First Edition 1993, ISO, Geneva CH, ISBN 92-67-10188-9
- 6 DIN V ENV 13005: Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen, Beuth Verlag Berlin, 1995, ISBN 3-410-13405-0
- 7 EA-4/02 (früher EAL-R2): Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration – including supplement 1 and 2, European co-operation for Accreditation, December 1999, 79 p., <http://www.euromet.org/docs/calguides/index.html>
- 8 DAKKS-DKD-3: Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen Deutscher Kalibrierdienst DKD, Braunschweig, Ausgabe 2002, 30 S., [http://www.dkd.eu/de/\\_publikationen.htm](http://www.dkd.eu/de/_publikationen.htm)
- 9 DAKKS-DKD-3-E1: Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen, Ergänzung 1, Beispiele, Deutscher Kalibrierdienst DKD, Braunschweig, Ausgabe 1998, 31 S., [http://www.dkd.eu/de/\\_publikationen.htm](http://www.dkd.eu/de/_publikationen.htm)
- 10 DAKKS-DKD-3-E2: Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen, Ergänzung 2 –Zusätzliche Beispiele-, Deutscher Kalibrierdienst DKD, Braunschweig, Ausgabe 2002, 30 S., [http://www.dkd.eu/de/\\_publikationen.htm](http://www.dkd.eu/de/_publikationen.htm)
- 11 DIN 1319-3: Grundlagen der Messtechnik Teil 3: Auswertung von Messungen einer einzelnen Messgröße, Messunsicherheit, Beuth Verlag Berlin, 1996
- 12 DIN 1319-4: Grundlagen der Messtechnik Teil 4: Auswertung von Messungen, Messunsicherheit, Beuth Verlag Berlin, 1999
- 13 ANSI/ISA-S37.1-1975 (R1982): Electrical Transducer Nomenclature and Terminology, Instrument Society of America (ISA), Research Triangle Park, North Carolina

#### Messunsicherheit, Messgröße Kraft:

- 14 EA-10/4 (früher EAL-G22): Uncertainty of Calibration Results in Force Measurements, European co-operation for Accreditation, August 1996, pp 16 <http://www.euromet.org/docs/calguides/index.html>

	<b>Kalibrierung von Kraftmessgeräten</b>	DAkKS-DKD-R 3-3	
		Ausgabe:	<b>1</b>
		Revision:	<b>0</b>
		Seite:	<b>34/38</b>

## 12.2 Literatur

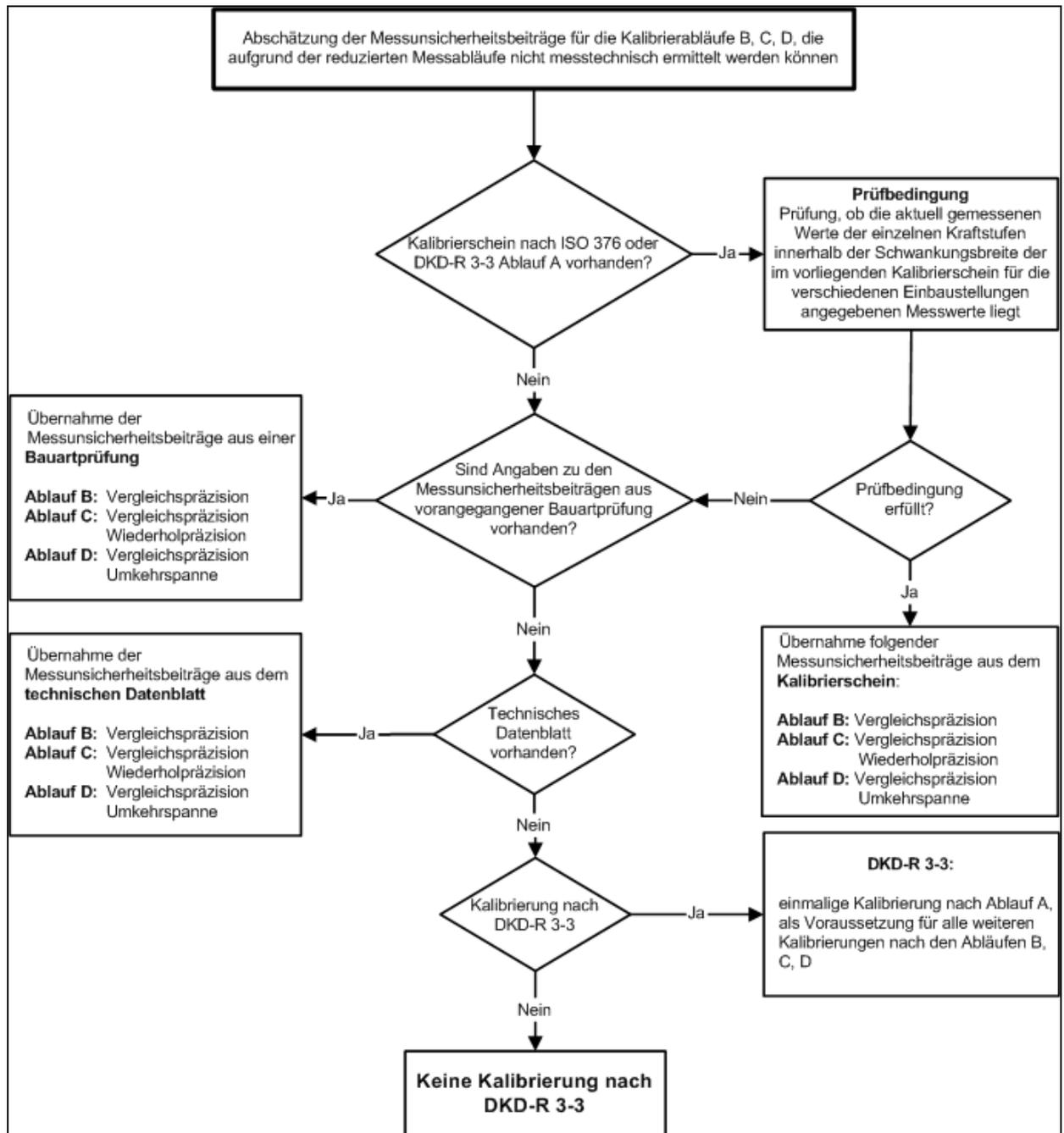
### Messunsicherheit, allgemein:

- 15 Weise, K. u. Wöger, W.: Eine Bayessche Theorie der Messunsicherheit, Bericht PTB-N-11 PTB, Braunschweig und Berlin, August 1992
- 16 Weise, K. u. Wöger, W.: Messunsicherheit und Messdatenauswertung, VCH Weinheim, 1999, ISBN 3-527-29610-7
- 17 Adunka, F.: Messunsicherheiten – Theorie und Praxis, Vulkan-Verlag Essen, 2000, ISBN 3-8027-2194-2
- 18 Themenschwerpunkt Messunsicherheit  
Sonderdruck aus Heft 3 und Heft 4 der PTB-Mitteilungen 111 (2001)
- 19 VDI-Berichte 1805, 1867 und 1947: Messunsicherheit praxisgerecht bestimmen  
VDI/VDE-Gesellschaft für Mess- und Automatisierungstechnik,  
Tagungen 20.-21.11.2003, 30.11. - 01.12.2004 in Oberhof/Thüringen und 14.11-15.11.2006 in Erfurt, VDI Verlag GmbH, Düsseldorf 2003/2004/2006
- 20 Themenhefte Messunsicherheit, tm Technisches Messen, 2/2004 und 5/2005

### Messunsicherheit, Messgröße Kraft:

- 21 Sawla, A.: Uncertainty of measurement in the verification and calibration of the force-measuring systems of testing machines, Proceedings of the Asia-Pacific Symposium on Measurement of Force, Mass and Torque (APMF 2000), Tsukuba, Japan, November 2000, P. 7 - 14
- 22 Sawla, A.: Uncertainty Scope of the Force Calibration Machines, Proceedings (Volume III, P. 253-258) of the XVI IMEKO World Congress (IMEKO 2000) Vienna, Austria, September, 2000

### 13 Anhang A: Ablaufplan für die Abschätzung der Messunsicherheiten bei reduzierten Kalibrierabläufen





Ablauf	Auswertung	Bester Schätzwert	Merkmale für die Bestimmung der Messunsicherheitsbeiträge										
			Rel. Abw. Kalibrierendwert	Rel. Nullpunkt-abweichung	Rel. Wiederhol-präzision	Rel. Vergleich-präzision	Rel. Umkehrspanne						
<b>B</b>	Zu- oder Ab-nehmende Belastung	$\overline{X_{wr}} = \frac{X_1 + X_3}{2}$ $\overline{X'_{wr}} = \frac{X'_2 + X'_4}{2}$	$b'_i = \frac{X_P - X_{N,0^\circ}}{X_{N,0^\circ}}$	☺	$f_0 = \frac{i_f - i_0}{X_N}$	☺	$b' = \left  \frac{X_3 - X_1}{\overline{X_{wr}}} \right $ $b'_{ab} = \left  \frac{X'_4 - X'_2}{\overline{X'_{wr}}} \right $	☺	Faktor Fall I: 2...4,3 Fall II: 2 Fall III: 2 Fall IV: 3 Fall V: 5	☹ <sup>18</sup>	entfällt		
	Mittelwert	$\overline{X^*_{wr}} = \frac{X_1 + X'_2 + X_3 + X'_4}{4}$	$b'_i = \frac{X_P - X_{N,0^\circ}}{X_{N,0^\circ}}$	☺	$s f_0 = \frac{i_f - i_0}{X_N}$	☺	$b'^* = \frac{b' + b'_{ab}}{2}$	☺	Faktor Fall I: 2...4,3 Fall II: 2 Fall III: 2 Fall IV: 3 Fall V: 5	☹	s. O.; systematisch, ⇒ Unsicherheitsintervall	☺	

<sup>17</sup> Ausgleichspolynom 3. Grades

<sup>18</sup> Beiträge mit Daten aus Bauartprüfung, vollständiger Kalibrierung oder Datenblatt bestimmt

<sup>19</sup> Ausgleichspolynom 1. Grades

Ablauf	Auswertung	Bester Schätzwert	Merkmale für die Bestimmung der Messunsicherheitsbeiträge											
			Rel. Abw. Kalibrierendwert	Rel. Nullpt-abweichung	Rel. Wiederhol- präzision	Rel. Vergleich- präzision	Rel. Umkehrspanne							
C	Zu- oder Ab- nehmende Belastung	P1 $X_1; X_2'$	$b_t' = \frac{X_P - X_{N,0^\circ}}{X_{N,0^\circ}}$	☺	$f_0 = \frac{i_t - i_0}{X_N}$	☺	Faktor Fall I: 2...4,3 Fall II: 2 Fall III: 2 Fall IV: 3 Fall V: 5	☹	Faktor Fall I: 2...4,3 Fall II: 2 Fall III: 2 Fall IV: 3 Fall V: 5	☹	entfällt			
	Mittelwert	P1 $\overline{X_{wr}^*} = \frac{X_1 + X_2'}{2}$	$b_t' = \frac{X_P - X_{N,0^\circ}}{X_{N,0^\circ}}$	☺	$f_0 = \frac{i_t - i_0}{X_N}$	☺	Faktor Fall I: 2...4,3 Fall II: 2 Fall III: 2 Fall IV: 3 Fall V: 5	☹	Faktor Fall I: 2...4,3 Fall II: 2 Fall III: 2 Fall IV: 3 Fall V: 5	☹	$v = \left  \frac{X_2' - X_1}{X_1} \right $ systematisch, ⇒ Unsicher- heits-intervall	☺		
D	Mittelwert	P1 $\overline{X_{wr}^*} = \frac{X_1 + X_2}{2}$	$b_t' = \frac{X_P - X_{N,0^\circ}}{X_{N,0^\circ}}$	☺	$f_0 = \frac{i_t - i_0}{X_N}$	☺	Faktor Fall I: 2...4,3 Fall II: 2 Fall III: 2 Fall IV: 3 Fall V: 5	☹	Faktor Fall I: 2...4,3 Fall II: 2 Fall III: 2 Fall IV: 3 Fall V: 5	☹	Faktor Fall I: 2...4,3 Fall II: 2 Fall III: 2 Fall IV: 3 Fall V: 5	☹		